



Instituto Tecnológico de Aeronáutica

Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Infraestrutura Aeronáutica
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Aeronáutica e Mecânica

Prova de Seleção – 1º semestre de 2015 – Questões de Matemática

06 de novembro de 2014

Nome do Candidato

Observações

1. Duração da prova: 90 minutos (uma hora e meia)
2. Não é permitido o uso de calculadoras ou outros dispositivos eletrônicos
3. Cada pergunta admite uma única resposta
4. Marque a alternativa que considerar correta na tabela abaixo
5. Utilize o verso das folhas para a resolução das questões

Questão	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16
Resp.																

Questões em Português

1. Se $n \in \mathbb{N}$, quantos valores ele pode assumir para que $0 < \frac{n^3}{12^2} < 1$
 - (a) 5
 - (b) 10
 - (c) 25
 - (d) 125
 - (e) não existe valor de n que satisfaça às desigualdades apresentadas

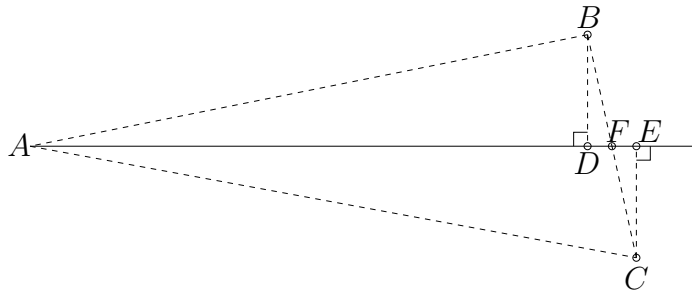


Figura 1: Reta contendo o ponto médio F entre dois pontos externos B e C .

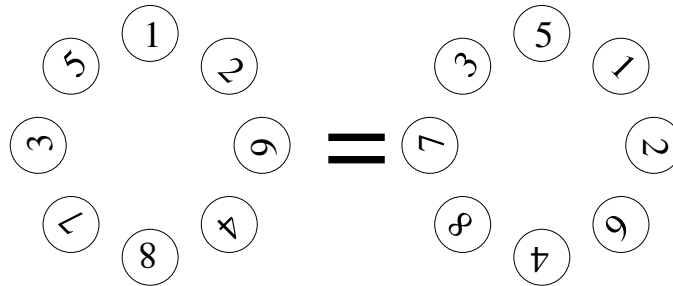


Figura 2: Jogo de contas de vidro.

2. Na Figura 1, tem-se que F é o ponto médio do segmento \overline{BC} e ele pertence à reta desenhada em traço sólido. Assinale a alternativa verdadeira sobre o desenho apresentado:

(a) $\widehat{BAD} = \widehat{DAC}$

(b) $\overline{AB} + \overline{AE} = \overline{AC} + \overline{AD}$

(c) $\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{AE}}$

(d) $\overline{BD} = \overline{EC}$

(e) Todas as alternativas são verdadeiras

3. Oito contas de vidro contém cada uma delas um número, de 1 a 8. Elas deverão ser dispostas em um círculo, igualmente espaçadas, de modo que não se faça distinção da posição absoluta delas, mas apenas de suas posições relativas. Como exemplo, a Figura 2 mostra duas configurações iguais. Respeitando-se que a soma dos números diametralmente opostos deve ser sempre 9, de quantos modos estas contas podem ser colocadas, modos estes distintos em relação à rotação?

(a) 8

(b) 16

(c) 24

(d) 70

(e) 1680

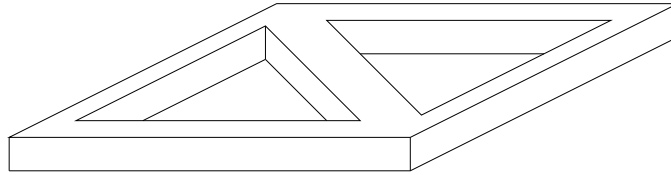


Figura 3: Poliedro “vazado” duas vezes.

4. Das opções abaixo, a melhor aproximação de $\sqrt{\frac{5.92 \times 602.1}{15.7}}$ será
- (a) 5
 - (b) 15
 - (c) 20
 - (d) 25
 - (e) 225
5. A figura 3 mostra um poliedro. Sobre os números de faces F , vértices V e arestas A do mesmo, assinale a alternativa *falsa* (ou a última alternativa, caso ela esteja correta):
- (a) $F = 12$
 - (b) $V = 20$
 - (c) $A = 30$
 - (d) Observa-se que a fórmula de Euler é $V + F - A = 2$ e ela se aplica perfeitamente para este caso
 - (e) Todas as alternativas são verdadeiras
6. $\sqrt{\sqrt{1 - \frac{17}{81}}} =$
- (a) $\frac{\sqrt{34}}{9}$
 - (b) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 - (c) $\frac{8}{9}$
 - (d) $\frac{\sqrt{68}}{3}$
 - (e) $\frac{2}{3}$
7. Se $n = 2$, a equação $x^4 - \frac{n^3}{2}x^3 + 6x - 2nx + 1 = 0$ possui
- (a) quatro raízes reais distintas
 - (b) quatro raízes reais idênticas
 - (c) apenas duas raízes reais distintas
 - (d) nenhuma raiz real
 - (e) é impossível resolver este problema por meio de radicais

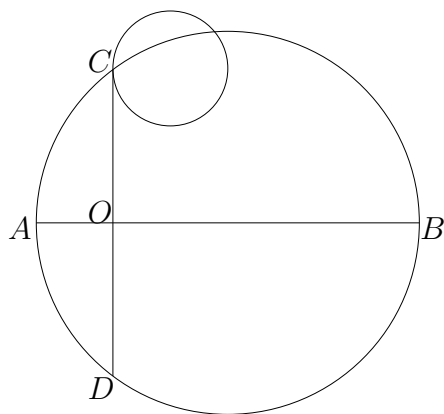


Figura 4: Dois círculos e dois segmentos de reta (desenho fora de escala).

8. A figura 4 mostra dois círculos e dois segmentos de reta. A corda \overline{AB} passa pelo centro do círculo maior e é perpendicular à corda \overline{CD} . Esta última tangencia o círculo menor. Se o raio do círculo menor vale $r = 3$, $\overline{AO} = 2$ e $\overline{OB} = 8$, a distância do círculo menor ao ponto O vale
- 2
 - 3
 - 4
 - 5
 - São necessários mais dados para calcular a distância solicitada.

Questões em Inglês

9. In a particular state, 65% of the counties received some rain on Monday and 60% of the counties received some rain on Tuesday. No rain fell either day in 25% of the counties in the state. What percent of the counties received some rain on Monday and Tuesday?
- 12.5%
 - 40%
 - 50%
 - 60%
 - 67.5%
10. If both functions $f(x) = x^2 - x + 1$ and $g(x) = ax$ are displayed in a graph, for which value(s) of constant a $f(x)$ is tangent to $g(x)$?
- 0
 - 1 and 3
 - 2
 - 3 and 1
 - This problem is unsolvable

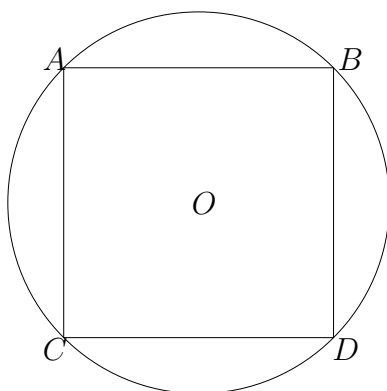


Figure 5: Square inscribed to a circle.

11. In Figure 5, the circle with center O is circumscribed around square $ABDC$. What is the ratio of the area of circle to the area of square $ABDC$?
- (a) $\frac{\pi}{8}$
 - (b) $\frac{\pi}{4}$
 - (c) $\frac{\sqrt{2}\pi}{4}$
 - (d) $\frac{\sqrt{2}\pi}{2}$
 - (e) $\frac{\pi}{2}$
12. Working at a constant rate, Sam can finish a job in 3 hours. Mark, also working at a constant rate, can finish the same job in 12 hours. If they work together for the first two hours and then Mark leaves the workshop, how many minutes will it take Sam to finish the part of the job that remains?
- (a) 5
 - (b) 20
 - (c) 30
 - (d) 60
 - (e) 120
13. For any positive integer n , $n > 1$, the “length” of n is the number of positive primes (not necessarily distinct) whose product is n . For example, the length of 50 is 3 since $50 = (2)(5)(5)$. What is the greatest possible length of a positive integer less than 1,000?
- (a) 10
 - (b) 9
 - (c) 8
 - (d) 7
 - (e) 6

14. How many integers between 10 and 30, inclusive, have a remainder of 1 or 2 when divided by 3?
- (a) 15
 - (b) 14
 - (c) 13
 - (d) 10
 - (e) 9

15. The system of equations

$$\begin{cases} x - 2y = 3 \\ \frac{1}{2}x = y + 1.5 \end{cases}$$

has how many solutions ?

- (a) None
 - (b) Exactly one
 - (c) Exactly two
 - (d) Exactly three
 - (e) Infinitely many
16. If each of the 40 bolts of fabric on a shelf is either 100 percent cotton, 100 percent wool, or a mixture of cotton and wool, how many bolts are cotton and wool mixtures ?
- I Of the 40 bolts, 36 contain some wool and 28 contain some cotton.
 - II Of the 40 bolts, 12 are 100 percent wool.
- (a) Statement I *alone* is sufficient, but statement II alone is not sufficient to answer the question asked;
 - (b) Statement II *alone* is sufficient, but statement I alone is not sufficient to answer the question asked;
 - (c) *Both* statements I and II *together* are sufficient to answer the question asked, but *neither* statement *alone* is sufficient;
 - (d) *Each* statement *alone* is sufficient to answer the question asked;
 - (e) Statements I and II *together* are *not* sufficient to answer the question asked, and additional data specific to the problem are needed.